



No. 1920

Working Paper

构建中国的超长期无套利国债收益率曲线

刘卓识 刚健华 张以凡 刘毅 高源

【摘要】 我国占主导地位的中债收益率曲线具有波动性大、编制期限短等问题，不利于各行业尤其是保险业的现金流折现和负债估值。在“偿二代”监管体系下，保监会对基础利率曲线的编制和意义做出了更加深刻的说明，由于我国超长期债券市场不够完善，收益率曲线超长端根据监管要求假设延展形成，因此保险公司准备金的估值亦会对收益率曲线超长端的监管假设比较敏感。故本文尝试结合海外的研究实践，在按照银保监会相关规定假设了终极远期利率的基础上，利用 B-样条插值和惩罚项平滑的方法拟合并将远期收益率曲线延展至 100 年的超长期，得到了一条拟合优良且更加平稳的曲线。后通过与中债曲线、中证曲线分别在横截面和时间序列上的对比，展示并分析了模型曲线的一系列优良特征，并结合保险公司负债端估值案例展现了模型曲线相较于监管曲线的稳定性。

【关键词】 期限结构；B-样条插值；收益率曲线外推；负债估值

【文章编号】 IMI Working Paper No.1920



微博·Weibo



微信·WeChat

更多精彩内容请登陆 国际货币网
<http://www.imi.org.cn/>

1937

构建中国的超长期无套利国债收益率曲线

刘卓识¹ 刚健华² 张以凡³ 刘毅⁴ 高源⁵

【摘要】我国占主导地位的中债收益率曲线具有波动性大、编制期限短等问题，不利于各行业尤其是保险业的现金流折现和负债估值。在“偿二代”监管体系下，保监会对基础利率曲线的编制和意义做出了更加深刻的说明，由于我国超长期债券市场不够完善，收益率曲线超长端根据监管要求假设延展形成，因此保险公司准备金的估值亦会对收益率曲线超长端的监管假设比较敏感。故本文尝试结合海外的研究实践，在按照银保监会相关规定假设了终极远期利率的基础上，利用B-样条插值和惩罚项平滑的方法拟合并将远期收益率曲线延展至100年的超长期，得到了一条拟合优良且更加平稳的曲线。后通过与中债曲线、中证曲线分别在横截面和时间序列上的对比，展示并分析了模型曲线的一系列优良特征，并结合保险公司负债端估值案例展现了模型曲线相较于监管曲线的稳定性。

【关键词】期限结构；B-样条插值；收益率曲线外推；负债估值

一、引言

近年来，我国金融机构整体稳健，金融业市场平稳运行，以中央银行为核心的宏观审慎框架不断完善。国民经济稳中向好、金融市场风险可控离不开金融业的稳定发展和金融业改革的不断深化。保险业作为金融市场中的重要主体，总体呈较快发展态势，资产规模不断扩大，为社会公众防范风险的服务功能越加体现，因此也是金融风险防控的重要一环。保险行业最重要的一个金融审慎政策就是全面实施中国风险导向偿付能力体系（“偿二代”）。“偿二代”是银保监会对保险公司监管的核心指标，该体系用来监控保险公司的偿付能力，推动提升保险行业风险管理能力；强化信息披露，提高偿付能力透明度和市场约束力，从而保障我国整体金融系统的健康和稳定发展。

¹ 刘卓识，中国人民大学国际货币研究所研究员，平安养老保险股份有限公司

² 刚健华，中国人民大学国际货币研究所研究员，中国人民大学财政金融学院

³ 张以凡，永赢基金管理有限公司

⁴ 刘毅，中国平安保险（集团）股份有限公司

⁵ 高源，中国人民大学财政金融学院

在“偿二代”下，构建一条拟合良好且平滑的基准长期收益率曲线十分关键，对于寿险公司准备金评估和偿付能力监管都具有重要意义。这是因为保险公司的准备金计算需要收益率曲线来折现其负债端的未来现金支出，从而给出负债的合理估值。寿险公司有一些期限非常长的保险产品，因此其准备金的估算需要超长期收益率曲线，譬如 40 年甚至更长期限的收益率曲线。

而我国当前市场收益率曲线的期限长度并不能满足这一需求。所以根据监管建议，需要构建保险基础收益率曲线：期限 0 到 20 年采用 750 日国债到期收益率的移动平均线，20 年到 40 年为终极利率过渡曲线，40 年期限后则为 4.5% 的终极利率，并可以根据税收、流动性和逆周期因素等增加不超过 120 个基点的综合溢价。现行保险会计处理中的折现率即从这条基础利率曲线中得到。

由于我国超长期债券市场发育不够完善，收益率曲线超长端（即 20 年以上部分）是根据监管要求假设延展形成，因此保险公司准备金的估值会对收益率曲线超长端的监管假设比较敏感。在当前的监管体系下，一旦监管机构调整终极利率水平，负债长的保险公司（常常是大型寿险公司）的利润水平将受到较大影响，从而导致其顺周期行为，反而有悖于监管初衷。譬如，如果未来我国宏观环境发生重大变化，利率中枢整体下移，监管理应下调终极利率水平；然而在利率走低的情景下保险公司常常负债估值增加，利润缩水，监管下调终极利率将会把整条收益率曲线显著下移，更令保险公司经营雪上加霜。反之，如果利率中枢整体上行，保险公司常常负债估值降低，利润增加，监管上调终极利率将会把整条收益率曲线抬高，从而更加高估保险公司利润。

即使监管保持终极利率不变，当前评估准备金使用的基准收益率曲线仍然存在显著局限性。首先，第一段收益曲线（0 年到 20 年）采取了 750 日中债国债收益率平均，这种平均处理虽然平滑了曲线波动——尤其是中长端（5 年到 20 年）部分的波动性，但是不能及时反映利率市场情况变化，也和未来 IRFS 17 的会计准则精神相左（I17 要求用报表日的当期收益率曲线对负债进行估值，而不是平均）。其次，20 年到 40 年采用终极利率过渡曲线的做法人为割裂曲线完整性和连续性。一方面，这种做法导致曲线 20 年处连接市场曲线和外推曲线部分出现无法用经济学理论和模型解释的尖锐拐点，这一拐点的存在将增加曲线预测的难度和复杂度，不利于保险公司负债估值的预测。另一方面，中债市场数据构建的利率曲线的长期部分通常缺乏应该具有的收敛性，引发曲线中端（20 年处）过多虚假波动性。

我们认为解决上述基础收益率曲线的痛点的关键是构建一条超长期市场收益率曲线，将市场国债价格拟合以及监管终极利率假设有有机而协调得整合到一起，形成一条符合经济学理论的具有

一致性，平滑性和收敛性的曲线。下文将就此进行深入探讨。在文章第二节，我们广泛回顾了文献综述，阐述了收益率曲线的基本理论及模型的发展脉络，对我国具体应用成果进行了总结。文章第三节，我们基于英格兰银行的模型方法，结合我国债券市场的特征，建立了适于我国市场情况的曲线模型，涉及样本选择、曲线延展、样条函数、及平滑惩罚项等方面。文章第四节展示了模型的实证研究结果，从各个维度对比分析了从 2002 年其至 2019 年的国债日度到期收益率曲线、即期收益率曲线和远期收益率曲线。文章最后一节，我们提出了研究过程中的不足及未来的发展方向。

二、文献综述

(一) 收益率曲线的基本理论和模型回顾

债券到期收益率曲线描绘了一组拥有相同信用风险，但到期期限不同的债券到期收益率。而理论上抽象存在的零息债券的收益率曲线则称为即期收益率曲线。我们可以从 n 年到期的零息债券的收益率 $y(n)$ 直接计算出贴现函数： $d_t(n) = \exp(-y(n) * n)$ ，这其实就是 n 年后支付的 1 元钱的当前现值。故在无违约风险的假设下，普通带息债券的价格可以通过贴现其未来现金流来获得：

$$P_t(n) = \sum_{i=1}^n c_t(i) \cdot \exp(-y(i) * i) = \sum_{i=1}^n c_t(i) \cdot d_t(i)$$

其中， $P_t(n)$ 为 t 时刻还有 n 时期到期的债券价格， t 时起 i 时期后的现金流记为 $c_t(i)$ 。故为了得到估计的债券价格，关键一步是对折现函数的估计，而这也是众多研究收益率曲线的学者所关注的。

连续复利的即期利率 $y(i)$ 可以从远期收益率曲线 $f(u)$ 积分获得：

$$y(n) = \frac{1}{n} \int_0^n f(u) du$$

所以债券价格最终是远期利率曲线的函数： $P_t(n) = F(n, f, c|t)$ 。

收益率曲线研究主要是基于市场上可以观测的债券历史价格信息，运用各种数值分析和统计方法对各期限的到期，即期或远期收益率曲线进行拟合。主流的收益率曲线构建方法包括参数模型和样条模型两种类型。

1. 参数模型法

参数方法为利率期限结构的描述提供了一种简约的形式，以Nelson和Seigel于1987年提出的NS模型和Svensson于1994年对该模型进行扩展得到的模型为代表。NS模型通过函数形式对远期利率进行拟合：

$$f(m, \beta) = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_2 \cdot \frac{m}{\tau_1} \cdot e^{-\frac{m}{\tau_1}}$$

其中， m 表示债券的剩余期限，而剩余4个参数 $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1)$ 需要通过对曲线的拟合进行估算。虽然NS模型能够较好地描述单调、双峰和S形态的利率期限结构，但由于参数较少，不能很精确地反映利率期限的丰富形态。Svensson在NS模型的基础上增加了两个参数，所以一共有6个参数 $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2)$ 。这提高了对复杂收益率曲线形状的拟合效果。其远期利率函数假设形式如下：

$$f(m, \beta) = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_2 \cdot \frac{m}{\tau_1} \cdot e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_3 \cdot \frac{m}{\tau_2} \cdot e^{-\frac{m}{\tau_2}}$$

虽然NS模型和Svensson模型可以较好地拟合国债的收益率，但是Anderson and Sleath (2001) 研究结果显示，参数方法对初始值的要求较高，缺乏一定的灵活性和稳健性——譬如某个期限的债券如果出现异常值，那么整条收益率曲线都会受到显著的影响。

2. 样条模型法

样条方法的主要思路是把整条收益率曲线分割为若干小段，在每一段上分别进行曲线的拟合。这一方面避免了参数模型由于局部参数变化改变整条曲线位置、形态的问题，另一方面也更具有灵活性，可以更加准确地描述曲线的形态。样条方法主要包括三次样条插值，B-样条插值等，通常要求拟合曲线及其二阶导函数光滑连续。McCulloch于1971年和1975年原创性地运用三次样条回归的方法拟合了贴现函数，也就是通过构建分段的三次函数曲线来拟合利率期限结构。节点个数约为样本中包含债券数量的平方根并满足两个相邻节点之间到期的债券数量大致相同。

但是最初版本的三次样条法面临着计算困难、结果不稳定等一系列问题。Deacon, Derry (1994) 得出结论，认为三次B-样条函数是实践中最好的样条拟合方法，这也是我们推荐的拟合远期收益率曲线的拟合技术。

B-样条曲线可以用比较小的自由度精准地描绘某一小段曲线，包括曲线位置、趋势以及波动，然后将这些小段曲线整合成整体曲线，其具体定义为：

$$f(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,d}(u) \cdot P_i$$

其中, $f(u)$ 为 B-样条曲线; 曲线上的控制点 $P_i = (x_i, y_i) \in \{P_0, P_1, \dots, P_n\}$ 为事先给出, 相当于样条插值中的节点; d 表示基函数的自由度, 为了保证 B-样条曲线导数二阶连续, 这里 d 值取 3 (所以是三次 B 样条函数); $N_{i,p}(u)$ 为 B-样条曲线的基函数, 相当于控制点的权重。

我们通过 B-样条曲线来直接拟合远期曲线。在拟合过程中, 我们优化 B-样条远期曲线的参数, 使得样本券的实际交易价格和由远期曲线所估算出的该债券理论价格的误差最小。即通过求解下述最优化问题, 来得到最优远期收益率曲线:

$$\min_Y [(P - \Pi(f))^T (P - \Pi(f))]$$

我们定义 $P = (p_1, \dots, p_k)^T$ 为样本中不同债券个体的价格除以相对应的久期, 其中样本量为 k , 债券的最长到期期限为 T ; $\Pi(f) = (\pi_1(f), \dots, \pi_k(f))^T$ 表示估算的债券理论价格, f 为远期曲线收益率。

该方法虽具开创性, 但存在以下一些问题: 比如估算出的远期利率可能为负、远期收益率曲线在远端不够稳定等。在后续的研究中, 越来越多的学者开始关注拟合曲线的平滑程度。Fisher, Nychka, Zervos (1994) 运用平滑三次样条的方法拟合了远期利率曲线, 提出了 FNZ 模型。其节点选择的思路类似于 McCulloch 的方法, 但是运用了更少的节点数目。Anderson, Sleath (2001) 通过引入渐变的平滑惩罚项来平滑 B 样条插值曲线, 从而使得拟合的曲线更加合理和平滑。

(二) 基于我国实际市场情况的样条法应用

朱峰 (2002) 利用 Svensson 模型和 FNZ 模型来估算国债的即期收益率曲线, 得出结论认为 Svensson 模型估计的精确率较高, 而 FNZ 模型的稳定性较好。朱世武、陈健恒 (2003) 用上交所 15 只付息国债为样本, 将参数模型 Nelsen Siegel 和 Svensson 与三次样条函数所拟合的即期收益率曲线进行对比, 发现样条函数法的拟合精度高于参数模型法。他们还发现样条法在利率曲线的尾端拟合得更好, 使得期限较长的债券的定价误差更小; 而 Nelsen Siegel 与 Svensson 扩展模型在近端拟合较好。

三次样条函数和三次 B 样条函数是收益率曲线拟合时使用最多的两种样条方法。刘灿、易璐 (2004) 通过实证检验得出结论, 认为采用 B-样条函数估算我国国债收益率的期限结构是有效的, 即期利率曲线呈现出双驼峰状, 5-15 年期的即期利率明显凹陷。而王晓芳、刘凤根、韩龙 (2005) 利用三次样条函数拟合了上交所国债利率期限结构曲线, 发现曲线大致呈单驼峰状, 即 1-8 年期的即期利率呈上升趋势, 8-14 年的即期利率呈下降趋势, 但随后又开始上升。

仝晓燕,程希骏(2007)也使用B样条拟合了国债利率期限结构,发现其有较好的拟合优度、平滑性和稳健性。但指出了流动性,税收效应等因素影响了国债利率期限结构。

三、构建我国超长期收益率曲线

本节分为两部分,第一部分我们将讨论我国国债市场的样本情况,解释样本选取逻辑。第二部分,我们将对曲线构建方法,以及曲线延展方法做阐述。

(一) 样本选取方法

我国国债市场的流动性和海外发达国家(特别是美国)相比还有较明显的差距。我国债券市场90%以上的交易发生在场外市场,场外交易主要依靠中介撮合或者由投资经理和交易员通过聊天软件寻找对手方,交易效率低下以及报价机制的不灵活使得不少债券的流动性不足,且流动性溢价过高,大幅偏离内在公允价值。另外,本论文中我国国债价格数据来自于Wind,而美国国债收益率数据来源于Bloomberg。

在流动性不足的市场,我们需要谨慎选择构建债券收益率曲线所需的债券样本。首先,由于我国国债市场整体流动性欠缺,不同债券的成交价格离散程度较高,散点图中难以显示出整体的曲线图形。图1显示了2019年3月底的国债收益率观测样例(蓝色点为该债券当日成交的平均收益率)。我们选取1、3、5、10年最新发行债券作为观测点,可以发现,除去个别异常价格,基本所有的债券的成交均价都高于新发行债券,且价格呈现一定的“拱形”,两头至中间逐步变高。所以我们样本会优先选择流动性好的新券,而谨慎使用流动性差的老券,这和海外收益率曲线构建较为不同。在国债流动性充足的美国,期限接近的国债收益率通常相差很小,从而形成清晰和完整的光滑收益率曲线(见图2),因此美国国债收益率曲线的构建基本会尽量利用到每笔国债收益率的信息。

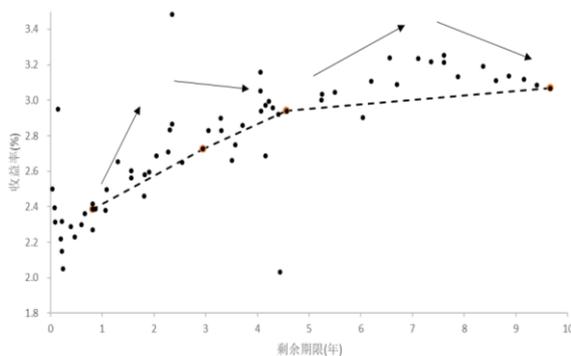


图 1 我国国债收益率散点图

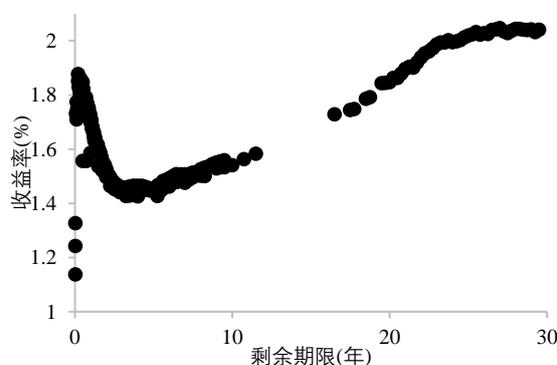


图 2 美国国债收益率散点图

其次，我国债券市场上，非活跃的老券不仅内含不稳定的流动性溢价，而且其成交频率也不稳定，这会使得其价格的参考性及合理性大幅度降低。我们对18.03-19.03这12个月的存量国债进行分析，结果显示只有不足35只债券能够保持70%以上的时间有交易，占比不足5%；全年仅有12只债券，能够保持90%以上时间有交易，占比2%；约75%的债券，交全年交易天数只有一个月上下，流动性非常缺失⁶（见图3）。

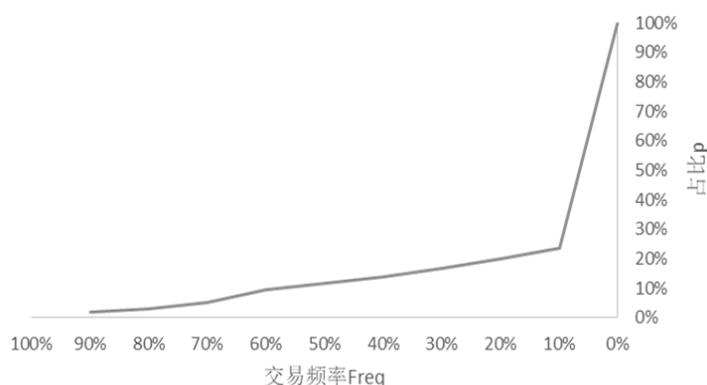


图 3 国债交易频率

最后，我们研究显示我国国债流动性和是否是新券有非常密切的关系。图4显示债券的交易活跃度与债券发行以来的时间成反比，即越新发行的债券（比如2018年以后发行的债券—蓝色图线），交易越活跃，较早发行的债券（比如2015年以前发行的债券—灰色图线），活跃度越低。另外我们发现新券中，3、5、10、和30年三个期限的活跃度要显著高于他们附近其他期限的债券。不过我们还需要包括1年期的国债以锚定短期利率水平。基于以上分析，我们用1、3、5、10、30年五个关键期限的最活跃债券作为我们的样本券。为了选择活跃券，我们估算出每只券的流动性指数，并根据该指数来选定各期限的活跃券。流动性指数设定如下：

$$liq = Norm_{N日成交天数} \times 40\% + Norm_{N日成交量} \times 30\% + Norm_{N日换手率} \times 30\%$$

其中 Norm = Z - score 标准化；N = 22 工作日

⁶ 我们定义交易频率 $freq = \frac{\text{交易天数}}{\text{区间总工作天数}}$ ，占比 $p = \frac{\text{有交易的债券只数}}{\text{总债券只数}}$ 。

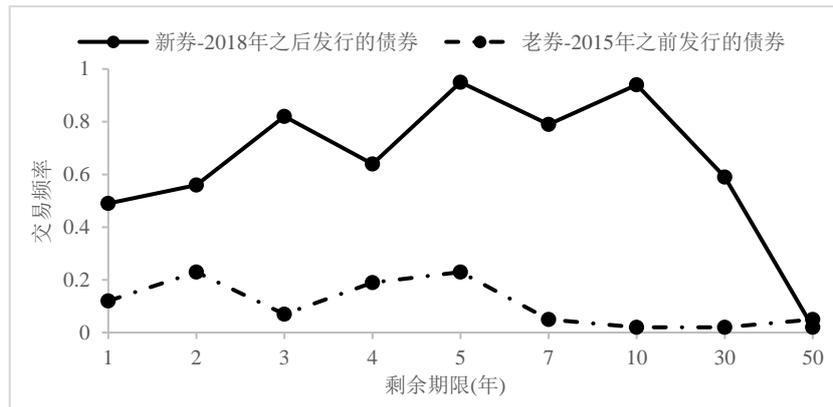


图 4 不同剩余期限国债交易频率

(二) 曲线构建方法

我们的超长期收益率曲线模型将传统的基于市场数据的收益率曲线构造方法和基于经济学均衡理论的超长期利率假设进行了有机结合，估算出期限横跨 1 年到 100 年的超长期曲线。在传统的收益率曲线构造部分，我们借鉴了海外收益率曲线构建方法，特别是英格兰银行的三次 B 样条插值法，同时结合我国债券市场特点，对样本、节点、曲线平滑度等多个部分做了相应优化，使曲线既能一定程度反映市场变化，又能在整体保持形态稳定，减少波动。对于超长期收益率假设部分，我们基于监管要求设定了终极远期利率为 4.5%，并设计了合理约束机制以控制曲线收敛至终极利率的速度，有效避免了曲线在超长期限上出现形状异化。

我们收益率曲线构建框架和当前我国主流收益率曲线的方法有以下几点不同之处。首先，我们用样条法直接拟合理论远期曲线，然后根据远期曲线估算出各个债券的到期收益率。而当前我国主流的收益率曲线构建则是先拟合到期收益率，然后再反算出即期收益率和远期收益率。其次，我们的收益率曲线维度延展至 100 年，而不仅仅局限于最长债券的期限（30 年或 50 年）。

我们收益率曲线延展至超长期的方法也区别于当前一些国际流行的做法，比如 Smith-Wilson 延展法。Smith-Wilson 的延展法是在已有的收益率曲线上通过经济模型来延长曲线至超长期限，比如 100 年。但是 Smith-Wilson 法延展的曲线和当前的曲线的连接处常常显得非常生硬，无法实现光滑连接，而且由市场数据构建的利率曲线的长期部分通常缺乏应该具有的收敛性，引发过多虚假性的波动。而我们的方法则把延展曲线部分直接嵌入曲线构建流程，所以曲线完全由样条法生成，不会出现突兀的节点，同时曲线平滑约束和长端远期利率的假设有效控制了长端利率曲线的虚假性波动。

我们构建超长期收益率曲线的主要步骤为：1. 设定终极远期利率和超长期利率假设；2. 根据给定的终极远期利率和超长期利率假设，通过样条法构建远期曲线，并同时拟合当前市场债券收益率。具体细节如下：

1. 终极利率和超长期利率假设

终极远期利率指的是期限趋于无穷时远期利率的极限，这里指 100 年期的远期曲线。我们认为终极利率应具备相当的稳定性，不受短期经济因素的影响。本文对于终极远期利率的假设和监管机构保持一致，即 4.5%。我们不但要给出终极远期利率假设（即 100 年），还需给出一个超长期利率（譬如 50 年期）的假设。我们研究显示引入超长期利率假设可以有效减少收益率曲线中长端的虚假波动性。

估算 n 年超长期远期利率可以通过下面公式（推导过程详见附录）：

$$f_t^n = \bar{\beta}_{0,t} + \bar{\beta}_{1,t} \cdot e^{-n/\bar{\tau}},$$

其中， f_t^n 是 t 时刻的 n 年远期利率（我们模型中， n 设为 50 年）；参数 $\bar{\tau}$ 是一个常数； $\bar{\beta}_{0,t}$ 表示了终极远期利率； $\bar{\beta}_{1,t}$ 是需要估算的参数。根据 Sorensen 等（2009）论文，参数 $\bar{\tau}$ 与风险中性下单因子利率模型的收敛速度 φ 具有以下关系（具体公式见附件），即 $\bar{\tau} = -\frac{1}{\log(\varphi)}$ 。该参数反映长期均衡经济环境下利率的收敛速度，我们论文采用 Sorensen 等（2009）论文中对 $\bar{\tau}$ 的估算，即 16.67⁷。参数 $\bar{\beta}_{1,t}$ 的估算方法为将 30 年远期国债收益率带入上式，由于只有参数 $\bar{\beta}_{1,t}$ 未知，故求解出每个时间点的该参数再求平均即可。最后将期限 n 置为 50 年，可以通过上述公式估算出国债超长期利率（50 年期）的远期利率水平。

2. 曲线构建与延展

具体曲线构建上，我们利用三次 B-样条插值法直接拟合远期收益率曲线，并把终极和超长期远期利率假设代入其中，进而得到超长期远期收益率曲线。具体假设的代入方法如下：对于终极远期利率，我们直接把该假设固化于远期利率曲线的最后一个节点上；对于超长期远期利率假设，我们将其作为远期市场一个虚拟交易数据，与其他真正市场数据一起来估算收益率曲线。

我们估算的收益率曲线期限是 0-100 年，我们假设远期利率在 100 年后就回归至终极利率水平了。另外，我们模型中的收益率曲线节点如下：0, 1, 3, 5, 10, 30, 50, 100 年。和海外收益率曲线模型比较，我们的节点设定比较稀疏。我们认为这样的假设是合理的，因为与国外更

⁷该参数的设定对于曲线影响较弱，对该参数进行一定程度合理调整对曲线形状影响有限。

加发达的债券市场不同，我国的交易活跃的国债期限较为集中且有限，很大程度限制了节点数。

三次 B 样条曲线虽然可以较为准确的拟合市场收益率，但如果不加约束容易引发曲线波动过大，极端情况会出现远期利率低于零，因此要引入平滑惩罚项的概念。本文结合我国债券市场的特点，并考虑到我们构建的是超长期利率曲线，因此引入两项平滑惩罚项：第一个平滑惩罚项是传统的远期曲线二阶导惩罚项（见 Waggnor (1997)）；第二个平滑惩罚项是针对超超长期远期曲线一阶导惩罚项。

第一个平滑惩罚项具体公式见下

$$\int_0^T \lambda_1(u) f''(u)^2 du,$$

$$\lambda_1(u) = \begin{cases} \lambda_{1,1}, & 0 \leq u \leq 3 \\ \lambda_{1,2}, & 3 \leq u \leq 10 \\ \lambda_{1,3}, & 10 \leq u < 50 \\ 0, & 50 \leq u \end{cases}$$

其中 $\lambda_1(u)$ 是二阶导平滑惩罚参数， $f''(u)$ 是远期曲线在 u 期限（单位是年）的二阶导数。

第二个平滑惩罚项具体公式为：

$$\int_0^T \lambda_2(u) f'(u)^2 du,$$

$$\lambda_2(u) = \begin{cases} 0, & 0 \leq u < 50 \\ \lambda_{2,1}, & 50 \leq u \end{cases}$$

其中 $\lambda_2(u)$ 是一阶导平滑惩罚参数， $f'(u)$ 是远期曲线在 u 期限（单位是年）的一阶导数。

第一个平滑惩罚项的意义在于平滑收益率曲线的曲度，令有市场数据支撑的曲线部分有一个尽量光滑的曲度，避免曲线大起大落，形成无法解释的尖锐的凹凸形状。第二个平滑惩罚项的意义在于抚平收益率曲线超长期部分的斜度，令超长期曲线尽快回归至终极远期利率。我们为拟合收益率曲线而优化的最终函数如下

$$\min_Y [(P - \Pi(f))^T (P - \Pi(f))] + \int_0^{50} \lambda_1(u) f''(u)^2 du + \int_{50}^{100} \lambda_2(u) f'(u)^2 du$$

其中，第一项里面 P 为样本中不同债券个体的交易价格除以久期的一列向量， $\Pi(f)$ 表示根据远期收益率曲线 f 所估算出来的债券理论价格，所以 P 和 $\Pi(f)$ 的差值代表了债券实际交易价格和理论价格的误差。上述公式第二项和第三项分别是第一个和第二个平滑惩罚项。平滑惩罚项中参数 $(\lambda_{1,1}, \lambda_{1,2}, \lambda_{1,3}, \lambda_{2,1})$ 的估算方法主要是采用搜索法，即根据先验知识对每个 $\lambda_{i, i}$ 参数设

定不同搜索范围，进行网格搜索，最后综合每种组合下债券估值的拟合误差和远期曲线平滑程度，找到平衡了拟合优度和平滑程度的最优解。

接下来，我们展示一下模型对实际到期收益率的拟合情况。我们定义平均拟合误差为：

$AFE(\text{average fitting error}) = \sum_{t=i}^T |ytm_{model} - ytm_{mkt}|_t$ ，误差的标准差为： $Std = \sqrt{\frac{\sum AFE_t^2}{n-1}}$ 。由于模型设置了曲率惩罚项，一定程度上限制了远期曲线的曲率，因此估算估算的到期利率难以完全拟合市场实际到期收益率。但表1显示模型平均拟合误差基本维持在1-2bps以内，标准差平均范围在2.5bps左右，总体看拟合情况良好。

表 1 国债到期收益率拟合误差

关键期限	平均拟合误差(bps)	误差标准差 (bps)
1年	1.5	0.9
3年	2.5	2.1
5年	2.0	2.1
10年	1.8	2.8
30年	0.7	2.6

四、超长期收益率曲线的实证研究和应用

(一) 曲线特征的对比与研究

我们通过上述曲线构建方法，构建出了自2002年起至2019年4月的国债日度即期收益率曲线(spot curve)和远期收益率曲线(forward curve)。在下文中，我们将模型曲线与市场上几个主要机构（中债、中证、CFETS、上清所）发布的曲线进行对比研究，从而展示我们曲线模型结果的合理性。

1. 到期利率曲线

为了对比模型和实际到期收益率，我们随机挑选四个日期（16-19年3月底），得到图5。观察发现，隔夜（0点）、7年、15年的收益率差异较大，而流动性好的1、3、5、10和30年的收益率差异较小。而7和15年有差异，主要是因为流动性溢价原因。进一步观察可以发现，将7年和15年加入曲线后，曲线呈现两段式凸起，即0-10年段以及10-30年段，这使曲线缺乏整体平滑性质。而模型则表现较好，整体呈向上倾斜状（upward sloping）。

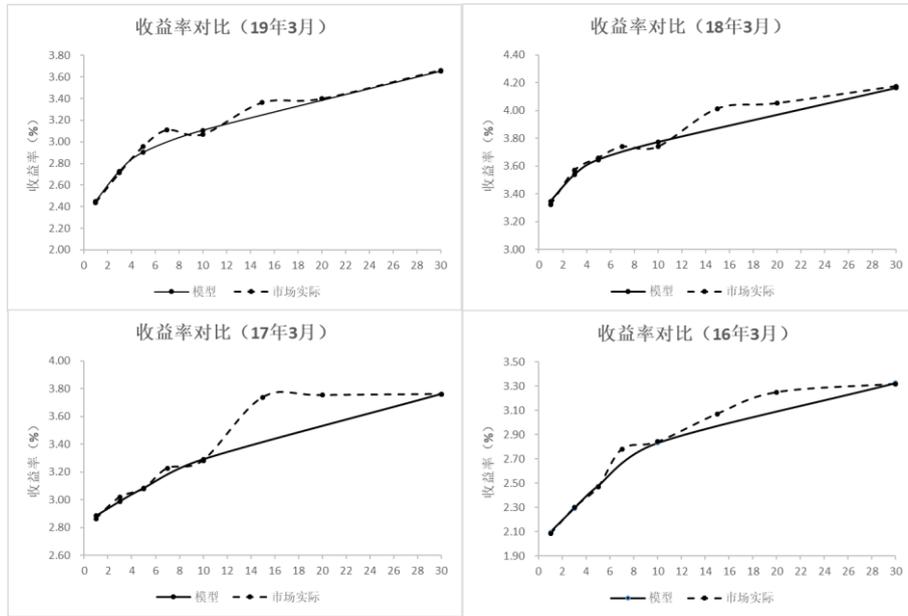


图 5 国债到期收益率拟合情况

从时间序列角度看（图6），2006年之前由于数据质量问题，收益率结果波动较大，2006年之后数据质量有所提升，拟合情况非常清晰。整体来看，模型与市场实际的趋势走势高度一致，不存在异常偏离情况，说明模型的稳定性较好。

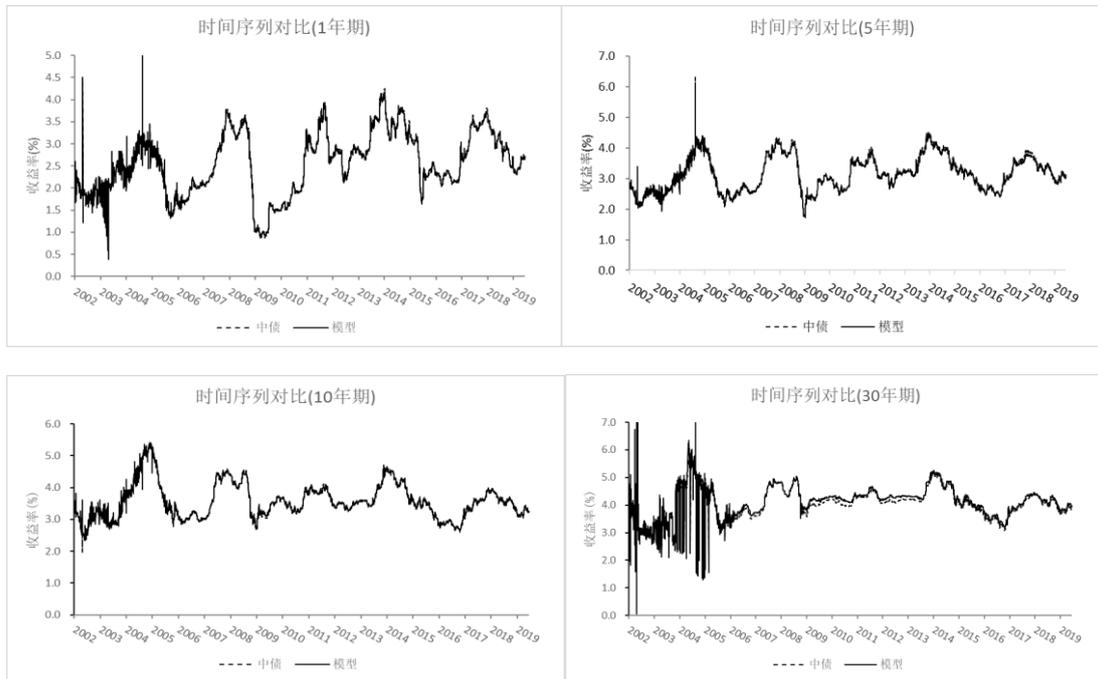


图 6 国债到期收益率时间序列拟合情况

由于模型采用的是单一的活跃券价格作为输入，而单一债券由于剩余期限会不断减少，使得模型拟合的关键期限实际上小于真实的关键期限，例如5年活跃券的实际剩余到期日是4.5年，因此，模型所指的关键期限并不是一个整数。相比之下，中债和中证提供关键的关键期限收益

率，是名义上的关键期限，我们将其与活跃券价格进行比较，得到表2。并且可以观察到，中债的收益率与真实活跃券的收益率非常相近，而中证的结果差异稍大。

表2 国债到期收益率拟合平均差异

关键期限	平均差异 (bps)	
	中债	中证
1年	3.3	6.6
3年	1.2	3.4
5年	1.0	3.4
10年	0.2	6.2
30年	3.7	-

综合来看，模型对到期收益率的拟合良好，结果合理。

2. 即期利率曲线

即期利率曲线是提供贴现率的直接曲线，由远期利率曲线积分而得。一个稳定的即期曲线是各类定价模型的基础输入。

由于CFETS的即期利率曲线是折线，上清所的曲线最远终端为30年，因此不纳入此次比较范围。我们以中债和中证为参考，定义平均差异AD(average difference) = $\sum_{t=i}^T |S_{model} - S_{institute}|_i$ ，对比各关键期限的即期利率，结果如表3。整体看，模型与中债的差异范围在2~4bps，与中证的差异范围在3~6bps，中债与中证的差异在4~6bps，差异均较小。其中，中证最长期限为49年，但30年（含）之后的关键期限只发布了期限结构，而没有发布时间序列值，故此处无法做全量统计。根据点察法，中证30年即期利率与中债和模型差异也较小，在4bps左右。

表 3 国债即期收益率拟合平均差异

关键期限	平均差异 (bps)		
	模型对比中债	模型对比中证	中债对比中证
1年	2.1	6.5	6.4
3年	4.8	4.0	4.7
5年	4.1	3.7	4.2
10年	2.6	4.8	4.2
30年	4.0	-	-

从时间序列走势来看，模型与中债走势一致，说明模型的日度表现非常稳定。



图7 国债即期收益率时间序列拟合情况

期限结构来看（见图8），我们模型的曲线形态较中债显得明显的平滑，更加符合经济学对利率的期限结构假设。图中未画出的中证曲线与中债的形态非常相似，差异较小，呈小波浪状。

总体看，我们的即期曲线比当前主流曲线更为平滑，更符合无套利理论。主要原因包括两点：第一点是当前主流曲线的构建方法是先估算到期曲线，然后再根据到期曲线估算即期和远期曲线，而我们的方法是先有远期曲线，再有到期曲线。我国市场的主流曲线构建方法是到期收益率插值法（中债采用Hermite插值，中证采用Spline插值，CFETS采用线性插值）。到期收益率插值法是先确定关键期限的到期收益率，再插值构建整条到期收益率曲线。即期收益率曲线是由到期收益率根据息票剥离法(bootstrap method)估算出来的；远期收益率再根据即期收益率估算得到。由这种方法估算出来的曲线会过分偏重到期收益率的精确度，而忽略即期曲线形状是否平滑合理。

第二点是当前主要曲线的构建都包含了具有明显流动性溢价期限的国债收益率，例如7年，15年，20年的到期收益率。将这些有明显流动性溢价的收益率包含在内的曲线通常会系统性呈现某种波浪形，暗示套利机会。而我们的曲线构建方法则只考虑了流动性好的期限收益率，避免了上次情况。

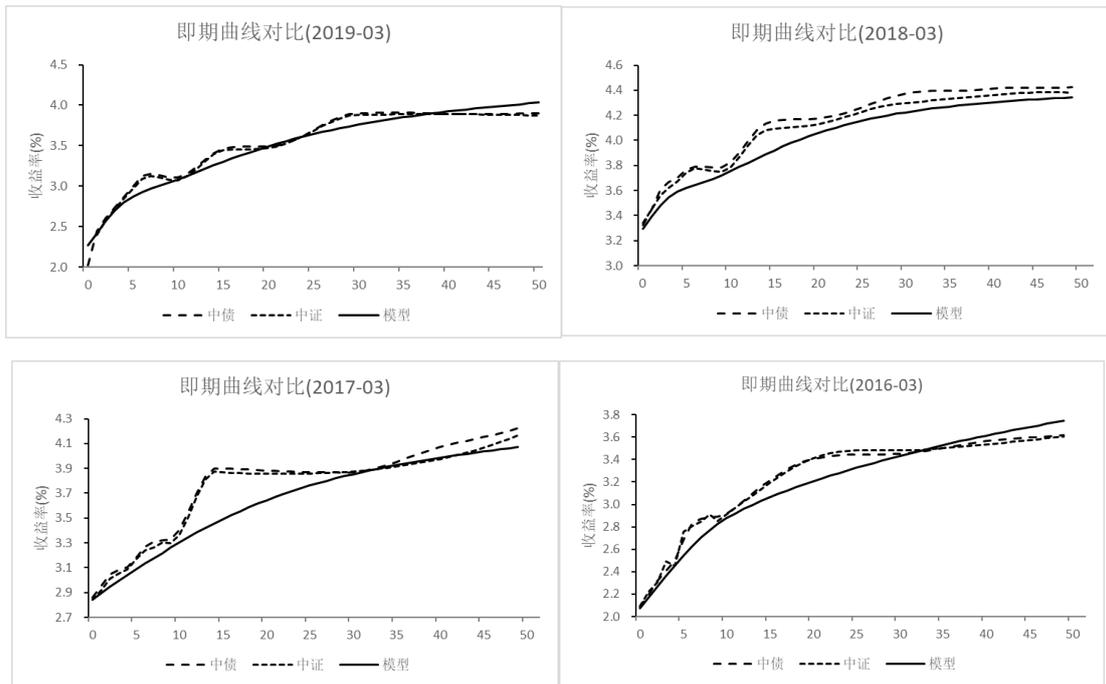


图 8 国债即期收益率拟合情况

最后，我们节选06年至今的年末数据，观察模型延伸至100年的曲线期限结构（图9）。整体来看，曲线呈现较好的斜向上形态，整体表现平滑且平稳。其中，0-10年变化较大，一定程度能够反映快速的市场变动；10-100年曲线逐渐趋于稳定，基本在水平上有所变化，而结构上变化较小，这反应出了长端利率的特性。

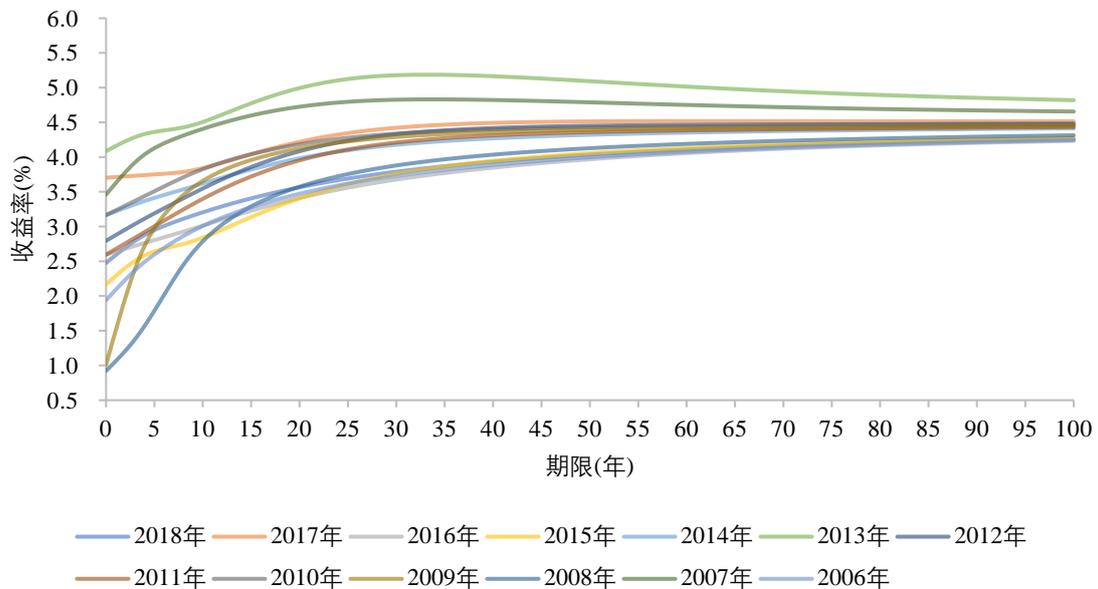


图 9 国债即期收益率模型历史拟合情况

3. 远期利率曲线

远期利率曲线是本模型的核心曲线，是衍生出即期利率和到期利率的基础。我们模型的远期曲线有三大特性：1) 延展至100年，终端利率为4.5%，该结果与银保监会的终端利率相同；2) 具有远端均值回归特性，体现出了远期利率的经济学含义；3) 曲线整体平滑，呈一段凸起或两段凸起，具有合理的经济学含义。

观察2006-2018年年末时点的远期利率曲线形态（如图10），可以看到模型整体则保持了较好的曲线形态。短端0-10年有一定的形态变化，体现了市场的波动情况。而长端10-100年，形态非常稳定，且呈现收敛形态，符合长期利率均值回归的特点。

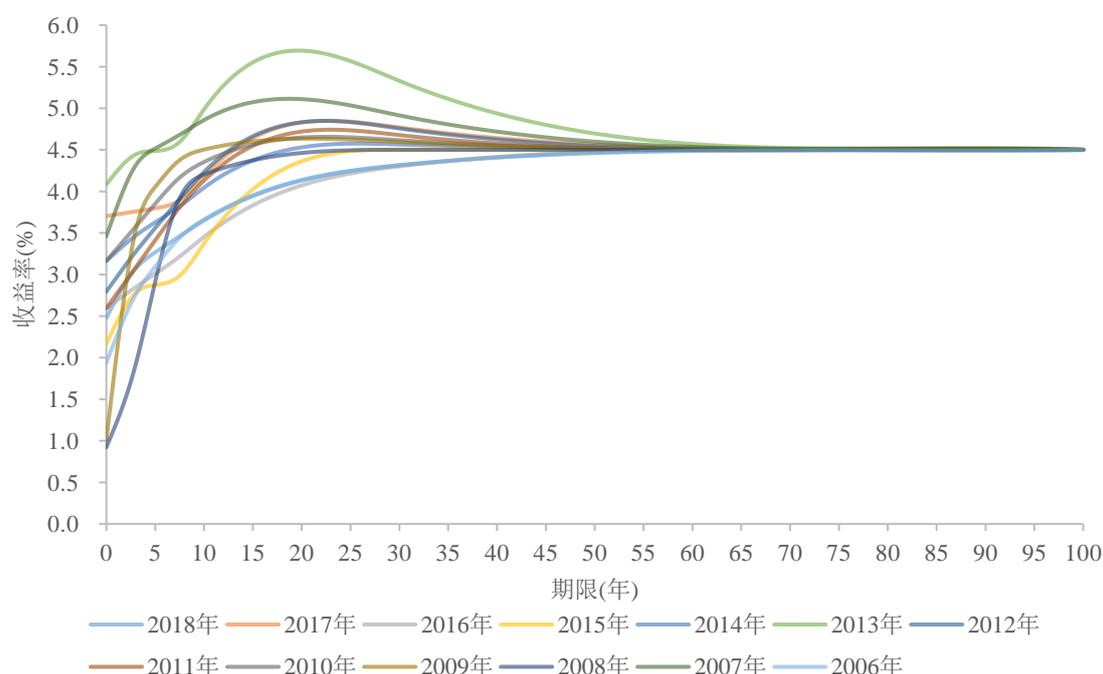


图 10 国债远期收益率模型历史拟合情况

当前市场上提供远期曲线的机构有中债、中证、CFETS和上清所。其中，CFETS提供的是折线，因此不在本文的讨论范围内。中债、中证与上清所提供的是远期的即期和远期的到期曲线，这与远期曲线在概念上有一定的区别，但我们依然在下文做个对比，主要旨在考察远期曲线的形态和稳定性。

我们以中证曲线为例，挑选16-19年3月末的数据进行对比（图11），可以看到，中证的远期曲线波动较大，形态不平稳。相比之下，我们模型的曲线形态非常平滑，基本没有波动。进一步探究中证曲线构成方法，大致所知其采用的方法为样条法。我们模型的样条法较中证所不同点在于：1) 模型采用的是B样条，其数理结构上更加稳定；2) 模型中加入了分段惩罚项，

使得曲线更加平滑性的同时还能贴合市场。3) 模型通过拟合得出曲线，中证通过插值得出曲线。

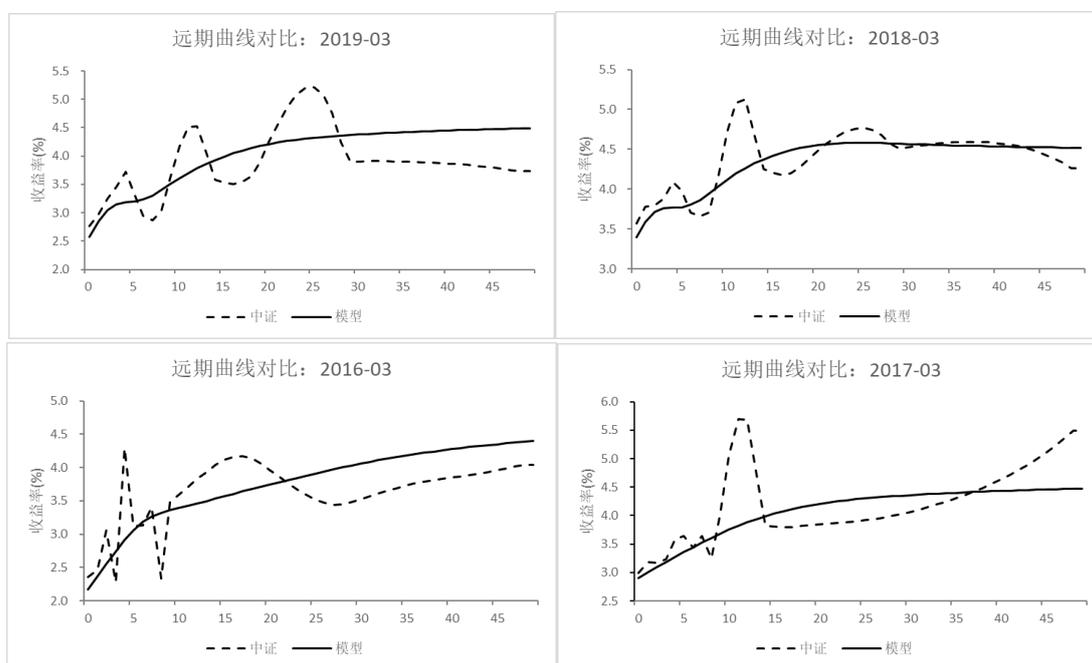


图 11 国债远期收益率拟合情况

从时间序列上看（图12），模型与中证1年的远期利率相差较小，而随着期限增加，差异逐渐变大，且差异不稳定。我们认为这与中证的远期曲线构建方法有关，且在图12的期限结构中做了一定解释。

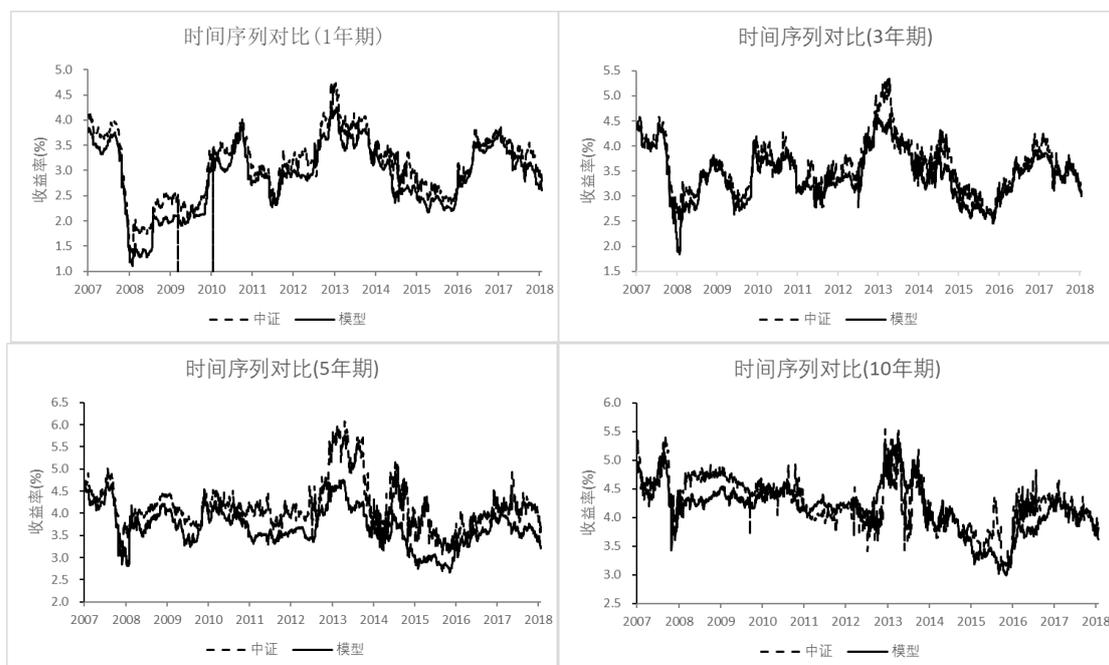


图 12 国债远期收益率时间序列拟合情况

中债和上清所的远期曲线数据无法下载，因此我们以几个日期的期限结构进行观察总结，结果如图13所示。可以看到，中债的远期曲线与其即期曲线非常相近，形态保持高度一致，远期较即期大约有10bps左右的“上抬”。从16-19年3月末四个时点的结果看，中债的远期曲线波动较大，除利率中枢变动而导致曲线整体平移以外，曲线的期限结构也变化较大，1、3、5、10年几个期限凹凸不一。中债远期曲线比中证更加稳定，不易出现曲线超大幅度波动的情况，但曲线依然缺乏整体平滑性，呈小波浪状。

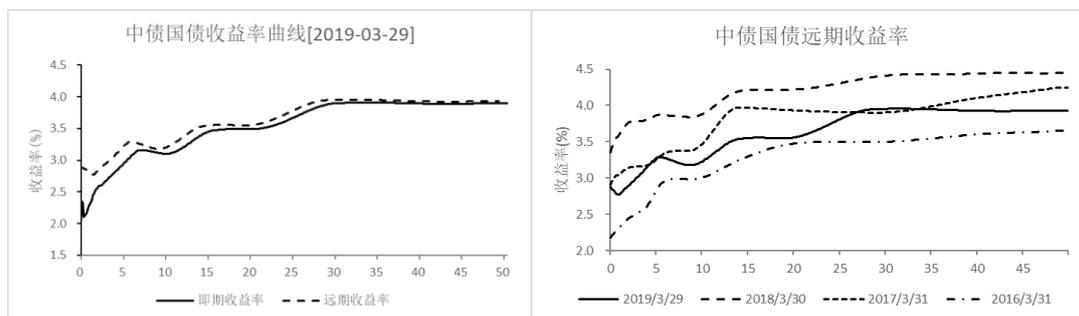


图 13 中债国债收益率曲线形态对比

从上清所的结果来看（图14），即期与远期曲线的形态高度不同，并无规律。从18-19年3月末的两个时点结果看，不同时点的曲线波动非常剧烈，曲线整体呈杂乱状。若远期曲线形态无法保持稳定，则无法作为任何研究和模型的输入。

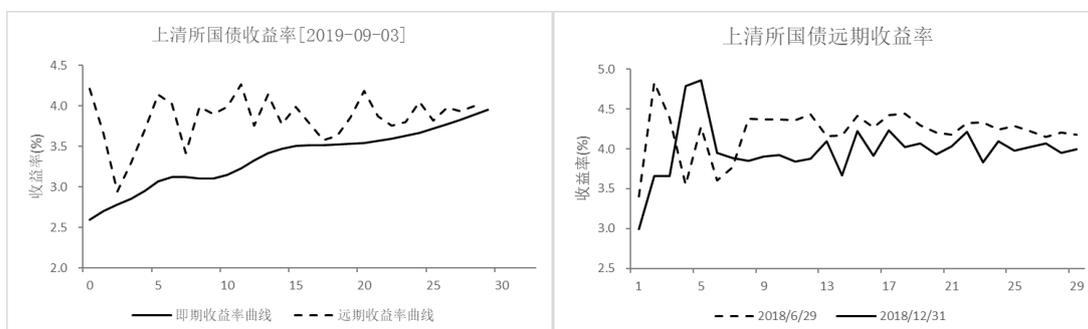


图 14 上清所国债收益率曲线形态对比

在分别对比了到期利率曲线、即期利率曲线和远期利率曲线后，我们认为本模型的结果合理、稳定，并且较目前市场上的曲线，在研究分析上更易于使用。

（二）超长期收益率曲线在保险负债估值方面的应用

在“偿二代”下，构建一条拟合良好且平滑的基准长期收益率曲线十分关键，对于寿险公司准备金评估和偿付能力监管都具有重要意义。当前监管（银保监会）建议的基础收益率曲线构成如下：期限0到20年采用750日国债到期收益率的移动平均线，20年到40年为终极利率过渡曲线，40年期限后则为4.5%的终极利率。

不过上述基础曲线具有一些局限。首先，第一段收益曲线（0年到20年）采取了750日中债国债收益率平均，这种平均处理虽然平滑了曲线波动——尤其是中长端（5年到20年）部分的波动性，但是不能及时反映利率市场情况变化，也和未来IRFS 17的会计准则精神相左（I17要求用报表日的当期收益率曲线对负债进行估值，而不是平均）。图14比较了30和40年期监管基础即期收益率、中债国债收益率和我们估算的国债收益率。对于30年期的国债收益率，我们估算的即期收益率和中债收益率相差甚小。不过对于40年期国债的国债收益率，我们估算的收益率的时间序列波动幅度显著低于中债收益率，这反映了我们曲线构建中所隐含的长期利率回归均衡的假设。图14显示监管基础收益率曲线虽然非常平滑，波动性大幅低于中债收益率和我们估算的收益率，但是该收益率曲线不能及时反映市场变化。正如图15右图的阴影区域所示，在某些时段，市场收益率上行的时候监管基础收益率反而在下行，而市场收益率下行的时候监管基础收益率却在上行。

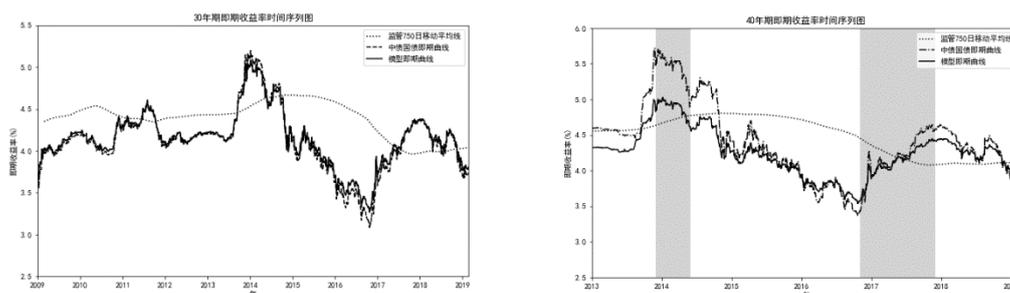


图 15 中债国债、750 日移动平均线和模型即期收益率比较

其次，曲线 20 年到 40 年期采用向终极利率线性外推的做法难免割裂曲线的完整性和连续性。一方面，这种做法导致曲线 20 年处连接市场曲线和外推曲线部分出现无法用经济学理论解释的尖锐拐点（见图 16 的左图）；另一方面，中债国债收益率曲线的长端部分通常缺乏收敛性，这和主流经济学理论对利率最终回归均衡的假设相悖，同时也引发了曲线中端（20 年处）的过多虚假波动性（见图 17）。图 16 比较了过去 5 年的每个季度末的监管基础曲线和我们的超长期无套利收益率曲线。我们发现监管曲线在 20 年期出现了尖锐地拐点，并在 40 年期后回归至 4.5%，但我们的超长期无套利曲线则无任何尖锐拐点。图 17 比较了两组曲线的波动性。我们发现，监管基础曲线在接近 20 年期的地方的波动性突然增加，但 20 年期之后便迅速回落，并在 40 年期降至零值。而我们的收益率曲线的波动性则是逐渐收敛至非常低的水平。

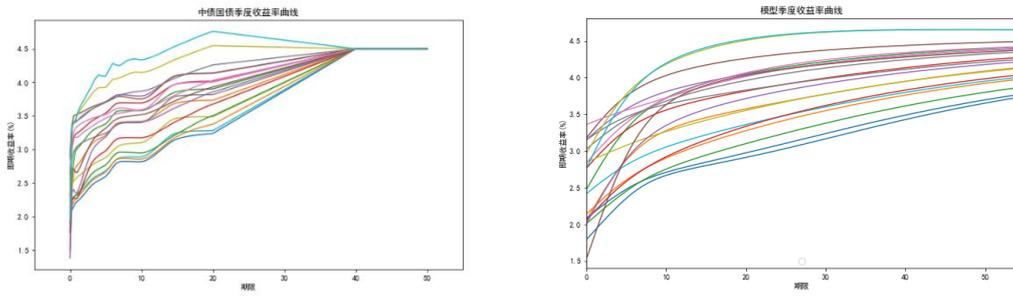


图 16 监管基础曲线和超长期无套利模型收益率比较

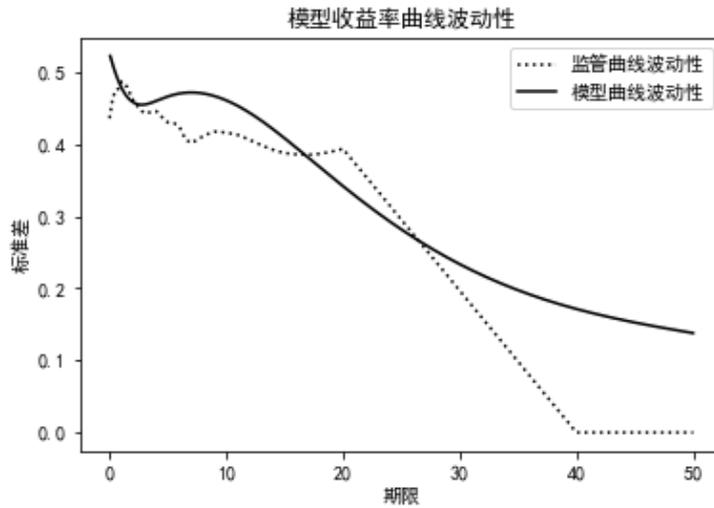


图 17 监管基础曲线和模型收益率曲线波动性比较

最后，基础收益率曲线对于监管的终极利率假设非常敏感，一旦监管调整终极利率，保险公司的负债估值很容易受到其影响。我们用一个简单案例解释这一点。假设某寿险公司未来 50 年的负债现金支出为每年 20 亿元人民币，我们根据收益率曲线将现金流折现算出当前的负债估值。我们分别用监管的基础曲线和我们的超长期无套利曲线（为了保持一致性，亦增加了模型 750 日移动平均线）对负债进行估值。我们还假设监管在 2014 年年初把终极利率从 4.5% 调低到 4%，如图 18 灰色竖线部分所示。我们发现在监管调整终极利率之前，监管曲线的估值和超长期无套利 750 天平均移动曲线的估值其实相差并不大。但是 2014 年之后（当年终极利率从 4.5% 调低到 4%），用监管曲线估值的负债估值水平立刻显著提高，而用我们的超长期无套利 750 天平均移动曲线计算的负债估算却变化没有那么大，平滑地延续了之前的趋势。这是因为我们的曲线的终极利率是远期利率，而不是即期利率，所以导致的即期利率变化而渐进的而不是直接跳降。图 17 还显示了用当期超长期无套利曲线计算的负债估算，和移动平均曲线估值相比，其波动性颇大。根据 IRFS 17 的会计准则精神，保险公司的负债估值要求用报表日的当期收益率曲

线对负债进行估值，所以该会计准则的实施意味着保险公司负债估值的波动性将会大幅提升，令资产负债久期匹配的意义将更为重要。

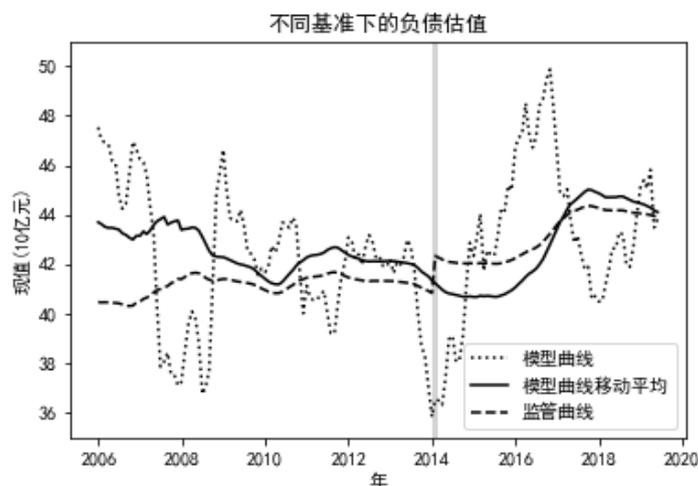


图 18 基于监管和模型收益率曲线的负债估值

上面的分析显示，我们构建的超长期收益率曲线在一些方面对当前基础收益率曲线进行了有效改善。虽然我们这里并不是建议直接用我们的曲线来取代监管的基础曲线，但是我们方法可以用来作为对标曲线，以协助监管对未来基础曲线方法的改进。

五、总结

本文在“偿二代”监管体系的背景下，尝试基于B-样条插值的方法构建了我国超长期无套利国债收益率曲线，该曲线形态光滑，具有显著收敛性，更加符合经济学理论。并且在惩罚项的控制下，将远期曲线延长到100年的超长期，解决了市场流动性不足导致的中债曲线编制期限较短的问题，方便用来估算寿险公司的超长期负债估值。通过与市场上各类机构（例如中债、中证、CFETS等）发布的曲线对比，发现无论是横截面的单日期限结构，还是时间序列上的到期收益率走势和水平，都具有拟合良好但更加稳定的特点。而且曲线长端的波动率自然收敛。在模拟保险公司负债估值的计算中，运用我们曲线750天均线计算的负债估值的波动性与监管基础曲线类似，但是对于监管终极利率的假设变化却没有那么敏感，可以使得各个行业尤其是保险公司在做现金流估值、准备金计量等过程中各期之间得到更为稳定的结果，利于企业的长期资金规划和战略安排。希望未来随着中国债券市场的不断成熟，本文曲线模型也能够得到进一步应用，在投资、估值、风控等领域提供有益支持。

参考文献

- [1]. 宋福铁. 上市公司股价收益与股权收益的风险关系研究[A]. 中国管理现代化研究会. 第四届(2009)中国管理学年会——金融分会场论文集[C]. 中国管理现代化研究会:中国管理现代化研究会, 2009:12.
- [2]. 张舒. 偿二代下基础利率曲线的构造[J]. 上海保险, 2016(09):43-46.
- [3]. 孙煜. 保险合同中折现率曲线及合理估计负债的实证研究[D]. 湖南大学, 2012.
- [4]. 林海, 郑振龙. 利率期限结构研究述评[J]. 管理科学学报, 2007(2)
- [5]. 朱峰. 国债即期收益率曲线的拟合估计[J]. 证券市场导报, 2003(04):31-36.
- [6]. 朱世武, 陈健恒. 交易所国债利率期限结构实证研究[J]. 金融研究, 2003(10):63-73.
- [7]. 刘灿, 易璐. 深沪两市国债收益率期限结构的实证研究——B-样条函数法[J]. 证券市场导报, 2004(02):36-41.
- [8]. 仝晓燕, 程希骏. 基于B样条对国债利率期限结构的实证研究[J]. 系统工程, 2007(03):17-22.
- [9]. 朱淑英, 刘岭. 中国国债的利率期限结构的实证研究:B-样条法[J]. 法制与经济(中旬刊), 2010(03):105-106.
- [10]. 卢霖, 刘卓识. 预期和风险溢价的启示——中国国债收益率曲线分解研究[J]. 金融评论, 2017, 9(04):94-107+126.
- [11]. 尚玉皇, 郑挺国, 夏凯. 宏观因子与利率期限结构:基于混频 Nelson-Siegel 模型[J]. 金融研究, 2015(06):14-29.
- [12]. Oldrich Alfonso Vasicek. Abstract: An Equilibrium Characterization of the Term Structure[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1977, 12(4).
- [13]. Cox, J., J. Ingersoll, and S. Ross. A Theory of the Term Structure of Interest Rates, *Econometrica*, 1985, 53, 385—407.
- [14]. Ho T Y, Lee S B. Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims[J]. *Journal of Finance*, 1986, 41(December):1011-1029.
- [15]. Heath D, Jarrow R, Morton A. Bond pricing and the term structure of interest rates: a new methodology for contingent claims valuation[J]. *Econometrica*, 1992, 60(1):77-105.
- [16]. Nelson C R, Siegel A F. Parsimonious Modeling of Yield Curves[J]. *The Journal of Business*, Oct., 1987, 60(4):473-489.
- [17]. Svensson L E. Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994. Working Paper. International Monetary Fund, 1994, No. 114.
- [18]. Fisher M, Nychka D, Zervos D. Fitting the Term Structure of Interest Rates with Smoothing Splines [R]. Working Paper. Finance and Economics Discussion Series, Federal Reserve Board, 1995.
- [19]. Waggoner D F. Spline Methods for Extracting Interest Rate Curves from Coupon Bond Prices[R]. Working Paper 97-10, Federal Reserve Bank of Atlanta, 1997.
- [20]. Anderson N, Sleath J. New Estimates of the UK Real and Nominal Yield Curves [R]. Working Paper, Bank of England, 2001.
- [21]. McCulloch J H. Measuring the Term Structure of Interest Rates[J]. *Journal of Business*, 1971, 44:19-31.
- [22]. McCulloch J H. The Tax Adjusted Yield Curve[J]. *Journal of Finance*, 1975, 30:811-830.
- [23]. Deacon M, Derry A. Estimating the Term Structure of Interest Rates. Working Paper, 1994, No. 24, the Bank of England.
- [24]. Smith, T. Wilson. Fitting yield curves with long constraining[R]. Research Notes, 2001:1-21, Bacon and Woodrow.

[25]. Steffen Sorensen, Zhuoshi Liu and others, A framework for extrapolation of long-term interest rates[R]. Life and Pensions, 2009.

[26]. Grace Wahba (1990). *Spline Models for Observational Data*. (pp.45-65). Society for Industrial and Applied Mathematics

[27]. C. K. Shene. CS3621 Introduction to Computing with Geometry Notes[EB/OL]. <http://pages.mtu.edu/~shene/COURSES/cs3621/NOTES>

附录

在风险中性测度下，短期利率符合 AR(1) 模型：

$$r_t = \mu + \varphi \cdot r_{t-1} + \sigma_r \cdot \varepsilon_t,$$

根据 Vasicek (1977) 模型，零息债券价格的对数是关于短期利率的线性函数：

$$-\log(p_t^n) = \eta_n + \psi_n \cdot r_t,$$

其中，两个参数服从如下的递推关系：

$$\begin{aligned} \eta_n &= \eta_{n-1} + \psi_{n-1} \cdot \mu - \frac{1}{2} \psi_{n-1}^2 \cdot \sigma_r^2, \\ \psi_n &= 1 + \psi_{n-1} \cdot \varphi = \frac{1 - \varphi^n}{1 - \varphi}. \end{aligned}$$

连续复利下的 n 期零息债券的到期收益率，也就是即期利率满足：

$$y_t^n = -\frac{1}{n} \log(p_t^n) = -\frac{1}{n} (\eta_n + \psi_n \cdot r_t).$$

t 时刻起 n-1 年后的 1 年期远期利率：

$$f_{t,n} = \log(p_t^{n-1}) - \log(p_t^n),$$

代入 η_n 和 ψ_n 的迭代公式可以化简得到：

$$\begin{aligned} f_{t,n} &= \left(\frac{\mu}{1-\varphi} - \frac{\sigma_r^2}{2(1-\varphi)^2} \right) + \left(\frac{\sigma_r^2}{(1-\varphi)^2 \varphi} - \frac{\mu}{(1-\varphi)\varphi} + \frac{r_t}{\varphi} \right) \cdot \varphi^n \\ &\quad - \left(\frac{\sigma_r^2}{2(1-\varphi)^2 \varphi^2} \right) \cdot \varphi^{2n}. \end{aligned}$$

当 n 足够大且 $\varphi < 1$ 时， φ^n 将收敛至 0，于是我们可以简化上式：

$$f_{t,n} = \left(\frac{\mu}{1-\varphi} - \frac{\sigma_r^2}{2(1-\varphi)^2} \right) + \left(\frac{\sigma_r^2}{(1-\varphi)^2 \varphi} - \frac{\mu}{(1-\varphi)\varphi} + \frac{r_t}{\varphi} \right) \cdot \varphi^n.$$

因此超长期远期利率曲线，也就是在曲线的远端将满足下面的关系：

$$f_t^n = \bar{\beta}_{0,t} + \bar{\beta}_{1,t} \cdot e^{-\frac{n}{\tau}}.$$

其中 $\bar{\beta}_{0,t} = \left(\frac{\mu}{1-\varphi} - \frac{\sigma_r^2}{2(1-\varphi)^2} \right)$ ， $\bar{\beta}_{1,t} = \left(\frac{\sigma_r^2}{(1-\varphi)^2 \varphi} - \frac{\mu}{(1-\varphi)\varphi} + \frac{r_t}{\varphi} \right)$ ， $e^{-\frac{n}{\tau}} = \varphi^n$

Abstract: The dominant yield curve in China, deriving from ChinaBond, has shown several drawbacks like over-fluctuation and suspending at a maturity not long enough. With the implement of China Risk Oriented Solvency System(C-ROSS), which announces the improved structure and incisive function of fundamental interest rates curve, the latter will play a significant role in discounting cash flow and assessing liabilities across different industries, especially insurance industry due to the regular extreme long maturity of life insurance. However, because of the imperfection of long-term bond market in China, the interest rates between 20Y and 40Y are acquired from linear interpolation, given the anchored final rate after 40Y by Banking and Insurance Regulatory Commission of China. As a result, the valuation of liabilities for companies will be undoubtedly sensitive to regulation, leading to a unfavorable consequence. Therefore, basing on relative researches form abroad and given final forward rate from regulation, we refit the yield curve and make an extrapolation to 100 years with B-Spline interpolation and penalty function. Then, we analyze several features of our curve and compare it with yield curve from ChinaBond, making a conclusion that the goodness and smoothness of the fitting curve reach our expectation. Finally, we conduct further study to verify the efficiency of our model by applying it to valuation of liabilities, in which scenario more stable consequence achieved over the counterpart based on current regulatory curve.

Key Words: Term structure B-Spline interpolation Extrapolation of yield curve Valuation of liabilities



中国人民大学国际货币研究所

INTERNATIONAL MONETARY INSTITUTE OF RUC

地址：北京市海淀区中关村大街 59 号文化大厦 605 室，100872 电话：010-62516755 邮箱：imi@ruc.edu.cn